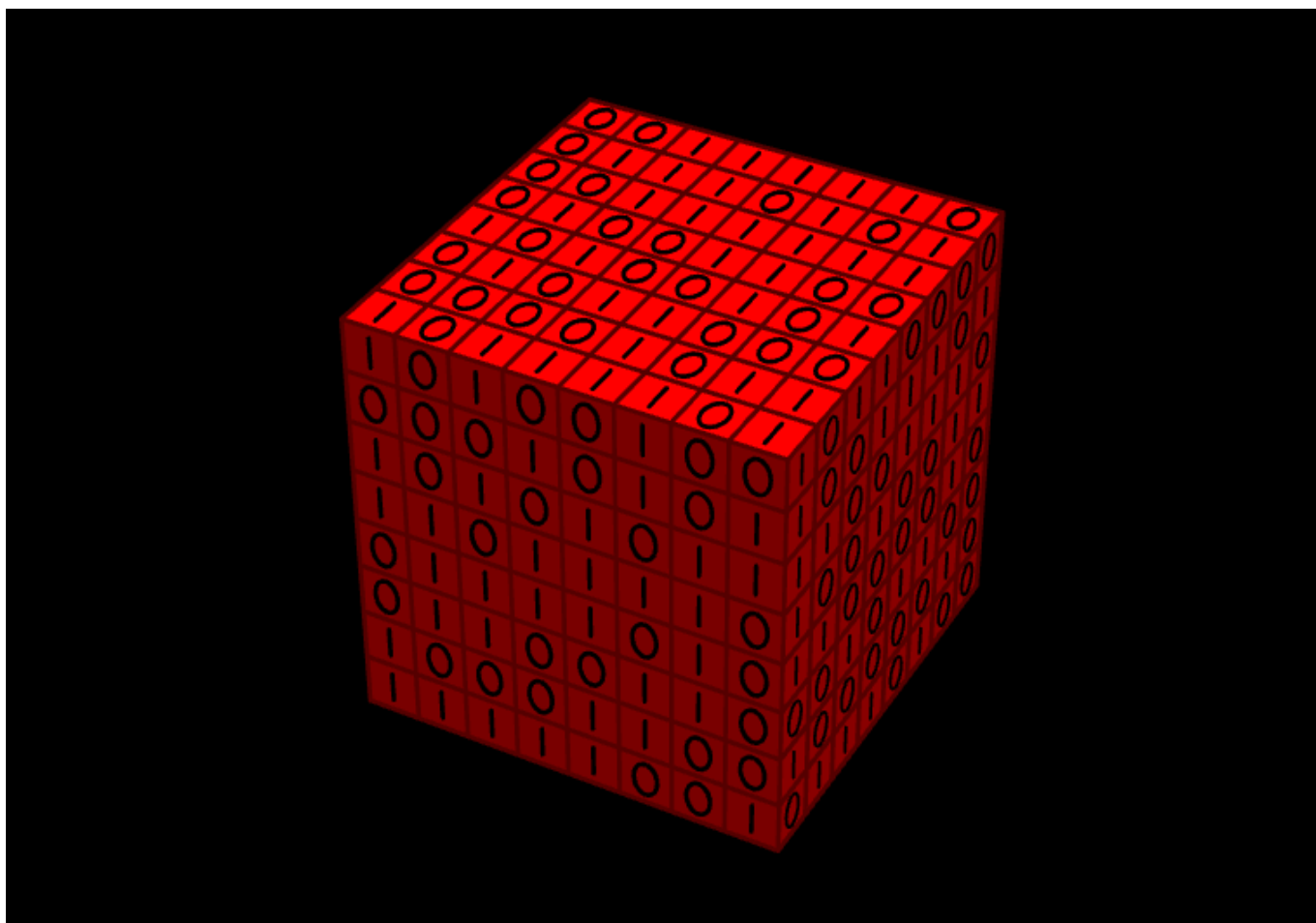


Snaren en holografie (10): Het holografisch principe

In het [vorige artikel](#) in dit dossier zagen we hoe de Argentijn Juan Maldacena ontdekte dat twee op het oog heel verschillende natuurkundige modellen exact hetzelfde beschreven. Het ene model is een model van snaarvormige deeltjes in een tiendimensionale ruimte, waarmee onder meer de quantumzwaartekracht beschreven kan worden. Het andere model is een 'gewone' quantumveldentheorie in vier dimensies, waarin de zwaartekracht geen enkele rol speelt. In dit artikel zullen we zien hoe deze ontdekking een antwoord gaf op een vijftientig jaar oude vraag.

In dit artikel:

- [Zwarte gaten](#)
- [Holografie](#)
- [AdS/CFT als holografisch model](#)
- [Gevolgen en toepassingen](#)



Afbeelding 1. Holografie. Het holografisch principe zegt dat de maximale hoeveelheid informatie die we in een zwaartekrachtstheorie in een bepaalde ruimte kunnen passen, afhangt van de *oppervlakte* van die ruimte, en niet van de *inhoud*. Het is dus alsof de informatie over een zwaartekrachtssysteem zich op de (lagerdimensionale) rand van het systeem bevindt.

Zwarte gaten

Om te begrijpen wat het belang was van de AdS/CFT-correspondentie van Maldacena, bespreken we eerst een op het oog totaal ander onderwerp: *zwarte gaten*. Over dit onderwerp is eerder op deze website al een [uitgebreid dossier](#) verschenen, dus we zullen hier volstaan met een korte beschrijving van de zaken die voor ons verhaal van belang zijn. Wie meer wil weten kan in het aparte dossier verdere informatie vinden.

Een zwart gat is een gebied in het heelal rond een grote hoeveelheid materie – bijvoorbeeld een bij een supernova-explosie ingestorte sterkern, of het centrum van een groot sterrenstelsel. Zodra in zo'n gebied de zwaartekracht zó sterk is dat zelfs het licht niet meer

aan het gebied kan ontsnappen, spreken we van een zwart gat. Dat het licht op deze manier door de zwaartekracht gevangen gehouden kan worden, is overigens niet vanzelfsprekend. Isaac Newton dacht bijvoorbeeld nog dat licht helemaal geen invloed van de zwaartekracht zou ondergaan. Het was Albert Einstein die uiteindelijk bewees dat licht wel degelijk ook de effecten van de zwaartekracht voelt, en dat het dus ook door materie gevangen kan worden.

Een belangrijk onderdeel van elk zwart gat vormt de zogeheten [horizon](#). Naarmate we verder van een grote hoeveelheid materie af komen, zal de zwaartekracht minder sterk worden. Vanaf een bepaalde afstand zal het licht in de buurt van een zwart gat daarmee wel in staat zijn om aan de zwaartekracht te ontsnappen. Het 'surface of no return' - het oppervlak waarbinnen licht *nét* niet kan ontsnappen aan de zwaartekracht en waarbuiten dat *nét* wel lukt - heet de horizon van het zwarte gat.

Dat de horizon een heel bijzonder gebied is, volgt uit twee eigenschappen van de zwaartekracht. Ten eerste blijkt of iets aan een zwaartekracht kan ontsnappen of niet, *alleen* afhankelijk te zijn van de snelheid van het voorwerp dat wil ontsnappen - niet van zijn massa of andere eigenschappen. Als licht dus niet aan een bepaald gebied kan ontsnappen, kan helemaal niets dat met de lichtsnelheid of langzamer beweegt aan datzelfde gebied kan ontsnappen. De tweede eigenschap die daar nog eens bovenop komt is, zoals Albert Einstein aantoonde, dat voorwerpen nooit *sneller* dan het licht kunnen bewegen. Kortom: als een voorwerp (of een lichtstraal) eenmaal binnen de horizon van een zwart gat is beland, zal het nooit meer voldoende snelheid kunnen ontwikkelen om aan dat zwarte gat te ontsnappen. Een zwart gat slokt dus alles op! De horizon kan daarom met recht een 'surface of no return' genoemd worden.

Een opmerking terzijde die later in dit dossier nog van belang zal zijn: dit alles betekent *niet* dat zwarte gaten altijd maar groter en groter worden. De bekende fysicus Stephen Hawking liet namelijk zien dat zwarte gaten vanaf hun horizon een minieme hoeveelheid [straling](#) uitzenden, en dat die straling langzaam energie (en dus, volgens Einstein's $E=mc^2$, massa) aan het zwarte gat onttrekt. Ondanks het feit dat voorwerpen niet direct aan zwarte gaten kunnen ontsnappen, kan een zwart gat dus toch langzaam 'verdampen'.



Afbeelding 2. Een 'artist impression' van een zwart gat. Een zwart gat zuigt het gas dat zich in zijn buurt bevindt op. Het zwarte bolletje is de grens vanaf waar licht en andere zaken niet meer aan de aantrekkingsgat kunnen ontsnappen: de horizon. Afbeelding: NASA.

[Naar boven](#)

Holografie

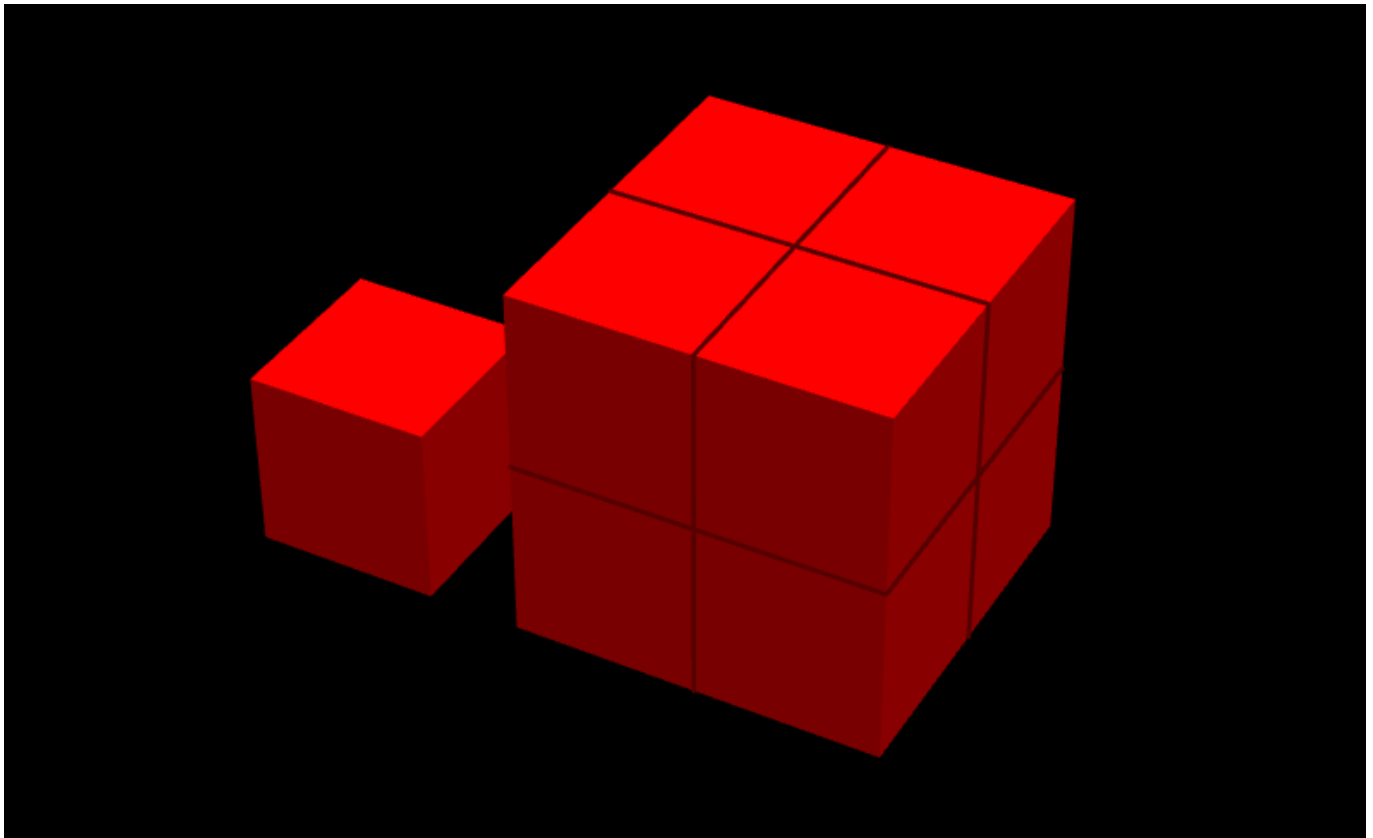
Hoewel zwarte gaten, doordat ze geen licht uitstralen, nauwelijks aan de sterrenhemel zijn waar te nemen, vormen ze sinds de jaren '70 wel een centraal thema in het theoretische

natuurkunde-onderzoek. De reden daarvoor is dat zwarte gaten een enorm sterke zwaartekracht uitoefenen in een kleine hoeveelheid ruimte, waardoor zowel quantumverschijnselen als verschijnselen uit de relativiteitstheorie in hun gedrag een belangrijke rol spelen. Zwarte gaten zijn dus een bij uitstek geschikt 'theoretisch laboratorium' om de mysteries rond de quantumzwaartekracht beter te begrijpen.

Een van de eerste belangrijke theoretische resultaten over zwarte gaten was het hierboven al genoemde feit dat ze langzaam straling uitzenden. Als gevolg hiervan hebben zwarte gaten ook een temperatuur, en dat gegeven leidde er halverwege de jaren '70 toe dat er een uitgebreide studie kwam naar hun thermodynamica. Eén van de thermodynamische eigenschappen waar men in geïnteresseerd was, is de zogeheten [entropie](#) van een zwart gat - een grootheid die aangeeft hoeveel 'informatie' een bepaald systeem bevat. Iets preciezer geformuleerd: het begrip entropie geeft aan in hoeveel verschillende configuraties een gegeven systeem kan zijn.

Stephen Hawking en de Israelisch-Amerikaanse fysicus Jacob Bekenstein vonden uiteindelijk een formule die precies beschreef hoe groot die entropie voor een zwart gat is: die is gelijk aan een bepaalde constante waarde maal de *oppervlakte* van de horizon. Een groter zwart gat bevat dus meer informatie dan een klein zwart gat, en die hoeveelheid informatie wordt twee keer zo groot als het oppervlak twee keer zo groot wordt.

Het viel de Nederlander Gerard 't Hooft en de Amerikaan Leonard Susskind op dat dit resultaat van Bekenstein en Hawking eigenlijk een heel vreemd resultaat is. Als we bijvoorbeeld een computer bouwen, verwachten we dat de maximale hoeveelheid informatie die we op die computer kunnen opslaan, afhangt van het *volume* van de computer. Als de computer twee keer zo hoog, twee keer zo breed, en twee keer zo lang wordt, kunnen we er acht maal ($2 \times 2 \times 2$) zo veel geheugenkaarten in kwijt, en verwachten we dus ook acht maal zo veel informatie te kunnen opslaan.



Afbeelding 3. Oppervlakte en volume. Als we een vorm twee keer zo groot maken, wordt de oppervlakte vier keer zo groot - elk zijvlak wordt bij een kubus bijvoorbeeld 2×2 maal zo groot. Het volume wordt echter $2 \times 2 \times 2 = 8$ keer zo groot. De grote kubus bestaat immers uit acht kleine kubusjes.

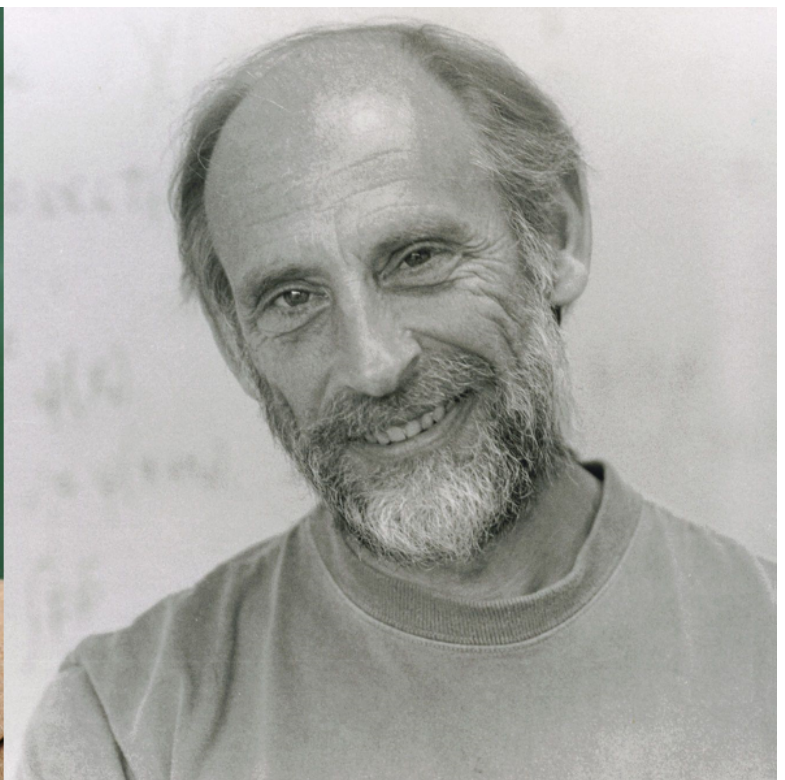
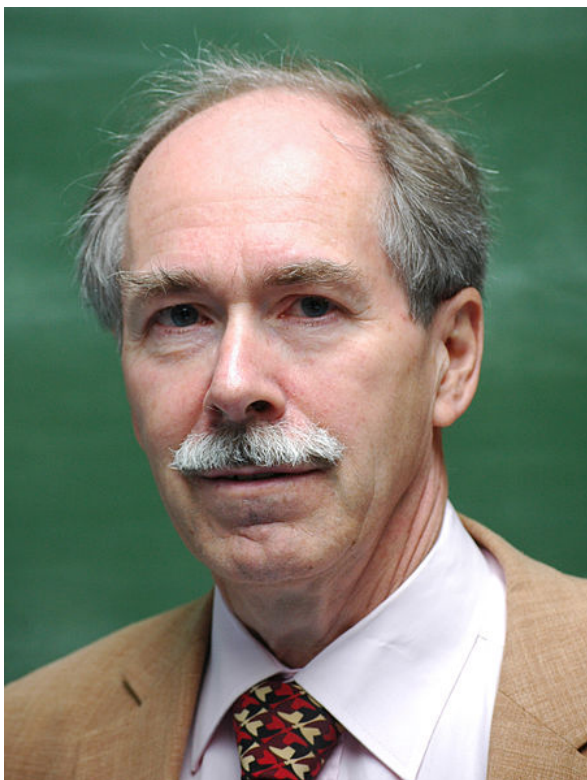
Het oppervlak van de *zijanten* van de computer wordt echter maar viermaal zo groot: elke zijkant wordt immers twee keer zo breed en twee keer zo hoog. Het *oppervlak* van de computer neemt dus langzamer toe dan het *volume*, omdat dat oppervlak tweedimensionaal is, en het volume driedimensionaal.

't Hooft en Susskind vroegen zich af: hoe kan het dan dat de hoeveelheid informatie die we in een zwart gat kunnen opslaan even snel toeneemt als het oppervlak van het zwarte gat, en niet als het volume? Hun vermoeden was dat in zwarte gaten de informatie in zekere zin op de horizon moet passen (zie afbeelding 1), en niet in het inwendige van het zwarte gat. Iets preciezer geformuleerd: 't Hooft en Susskind vermoedden dat er een betere, duale beschrijving van zwarte gaten zou moeten bestaan als model in één dimensie minder dan het aantal dimensies waarin het zwarte gat zich bevindt.

Dit vermoeden gold overigens niet alleen voor zwarte gaten. Een zwart gat is namelijk het

zwaartekrachtssysteem dat, in een gegeven volume, de *grootst* mogelijke hoeveelheid informatie bevat. Dat kunnen we eenvoudig inzien aan de hand van ons voorbeeld met de computer: als we proberen in een computer met een gegeven volume steeds meer geheugenkaarten te proppen, zal die computer op een bepaald moment zo zwaar worden dat de computer zelf een zwart gat vormt. Daarna is het niet meer mogelijk verdere geheugenkaarten toe te voegen zonder dat het volume verandert. Als we nog een geheugenkaart in het zwarte gat laten verdwijnen, zal dat automatisch groter worden. Een zwart gat geeft dus een bovengrens voor de hoeveelheid informatie die we in een bepaalde ruimte kunnen 'proppen'.

't Hooft en Susskind redeneerden als volgt: als het voor een zwart gat mogelijk moet zijn om het te beschrijven met een model in één dimensie minder, moet dat ook gelden voor andere zwaartekrachtssystemen, die immers minder informatie zullen bevatten. *Elk* zwaartekrachtssysteem moet dus beschreven kunnen worden met een model in één dimensie minder. In het bijzonder zou deze redenering natuurlijk moeten opgaan voor modellen van de quantumzwaartekracht.



Afbeelding 4. Gerard 't Hooft en Leonard Susskind. 't Hooft en Susskind waren de bedenkers van het holografisch principe.

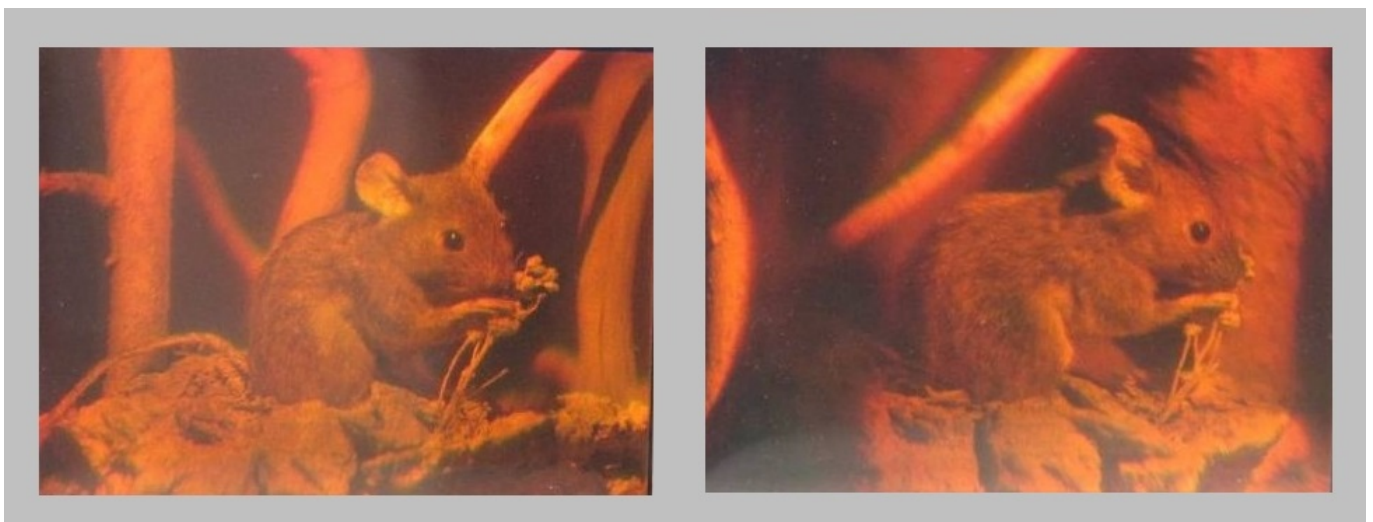
Het principe dat 't Hooft en Susskind bedachten werd het *holografisch principe* genoemd. De reden daarvoor ligt voor de hand: ook in een hologram 'verdwijnt' er een dimensie: een hologram is een tweedimensionale weergave van een driedimensionale afbeelding. Wie wel eens een hologram heeft bekeken (zie afbeelding 5) weet dat deze tweedimensionale afbeelding inderdaad *volledige* informatie over het driedimensionale beeld bevat.

[Naar boven](#)

AdS/CFT als holografisch model

't Hooft en Susskind publiceerden hun ideeën in 1974. De grote vraag daarna was natuurlijk: hoe ziet zo'n lagerdimensionaal model van een zwaartekrachtssysteem er precies uit? Deze vraag bleef 25 jaar lang onbeantwoord, en al die tijd bleef het holografisch principe dus een nogal esoterisch idee dat weinig tot geen concrete toepassingen leek te hebben.

Die situatie veranderde radicaal in 1998, toen Juan Maldacena zijn AdS/CFT-correspondentie publiceerde. Maldacena gaf immers een gedetailleerde beschrijving van beide zijden van zijn dualiteit: aan de ene kant de snaartheorie (oftewel: het model van de quantumzwaartekracht) in tien dimensies; aan de andere kant de conforme veldentheorie (oftewel: de holografische, duale beschrijving) in vier dimensies.



Afbeelding 5. Een hologram. Twee foto's van hetzelfde, tweedimensionale hologram, genomen uit verschillende hoeken. Het is alsof we daadwerkelijk rond een driedimensionaal object bewegen. Hologram: Georg-Johann Lay.

Een verrassing bleek te zijn dat er dus niet één dimensie 'verdween' in de holografische beschrijving, maar maar liefst zes! De reden hiervoor is, zoals we in het [vorige artikel](#) hebben uitgelegd, dat de snaartheorie zich afspeelt in een tiendimensionale ruimte die is opgebouwd uit twee vijfdimensionale ruimtes: een vijfdimensionale [anti-de Sitterruimte](#) (AdS_5) waarin elk 'punt' op zichzelf een vijfdimensionale 'hyperbol' (S^5) is. Zoals in het vorige artikel al benadrukt speelt de hyperbol in het verhaal geen belangrijke rol; het zijn met name de trillingen van de snaren in de richtingen van de anti-de Sitterruimte die de fysische eigenschappen van de theorie bepalen. In feite is de dualiteit er dus één tussen een zwaartekrachtstheorie in vijf dimensies en een duale conforme veldentheorie in vier dimensies – een dualiteit waarbij wél zoals verwacht één dimensie verdwijnt.

[Naar boven](#)

Gevolgen en toepassingen

Maldacena had daarmee een concreet voorbeeld gevonden van het vijftientig jaar oude idee van 't Hooft en Susskind. Daarmee was het hek van de dam: niet alleen werden er door variaties op hetzelfde thema nu binnen de kortste keren veel meer voorbeelden gevonden; ook was het nu mogelijk om allerlei oorspronkelijk wat vage ideeën over holografie in concrete voorbeelden te testen en om holografie daadwerkelijk te *gebruiken* om dingen te leren. Dat 'leren' kan natuurlijk twee kanten op. Van oudsher was het idee om holografie te gebruiken om iets over de quantumzwaartekracht te leren door de lagerdimensionale, duale theorie *zonder* zwaartekracht te gebruiken. Nu er een concreet voorbeeld voorhanden was, bleek de leerrichting echter ook de andere kant op te gaan: er kon van alles geleerd worden over quantumveldentheorieën door de duale zwaartekrachtstheorie te gebruiken!

In de volgende artikelen zullen we een aantal van dergelijke toepassingen van het holografisch principe de revue laten passeren. We beginnen daarbij met de meest voor de hand liggende lessen die er te leren waren: lessen over de quantumzwaartekracht van zwarte gaten.

[Naar boven](#)

In het [elfde artikel](#) in dit dossier zien we een eerste toepassing van het holografisch principe: het principe blijkt ons veel te leren over zwarte gaten en hun informatieparadox.