De spookachtige quantumverstrengeling

Het begrip quantumverstrengeling is tegenwoordig vaak in het wetenschappelijke nieuws. Quantumverstrengeling zorgt dat quantumcomputers kunnen werken, speelt een rol in het begrip van zwarte gaten, en helpt ons het fundamentele gedrag van de quantummechanica beter te begrijpen. Farrokh Labib legt uit wat dit spookachtige fenomeen inhoudt, en hoe je het met behulp van een spel met vreemde regels beter kunt begrijpen.

Afbeelding 1. Quantumverstrengeling. Een artistieke weergave van het begrip "verstrengeling". Afbeelding: TU Delft / QuTech.

In dit artikel gaan we kijken naar het fenomeen dat quantumverstrengeling wordt genoemd –

quantum entanglement, in het Engels. Albert Einstein verwees naar dit verschijnsel als een "spookachtige werking op afstand". Na het lezen van dit artikel zul je begrijpen wat hiermee wordt bedoeld, en zul je zien dat quantumverstrengeling een verschijnsel is dat niet kan worden verklaard zonder quantummechanica. Maar eerst een stukje geschiedenis.

Toen de quantummechanica net nieuw was en ontwikkeld werd als een theorie voor de allerkleinste deeltjes (denk aan elektronen, protonen, enzovoort), konden veel natuurkundigen de theorie nog niet accepteren vanwege bepaalde tegenintuïtieve verschijnselen die ze voorspelde. Een van die natuurkundigen was Albert Einstein: tot zijn dood kon hij de quantummechanica niet accepteren als een theorie voor de microscopische wereld. Zijn voornaamste bezwaar was een gedachte-experiment dat nu bekend staat onder de naam "EPR-paradox" [EPR35]. "EPR" staat voor 'Einstein-Podolsky-Rosen', de schrijvers van het genoemde artikel. In dit gedachte-experiment ontdekten Einstein, Podolsky en Rosen dat de quantummechanica een verschijnsel voorspelt dat tegenwoordig quantumverstrengeling heet.

Het gedachte-experiment

Einstein en zijn collega's beschrijven het volgende gedachte-experiment (hier in een modernere uitleg weergegeven) in hun artikel. Stel: je hebt twee subatomaire deeltjes tot je beschikking – laten we zeggen: elektronen. Er zijn procedures waarmee je in het laboratorium de twee elektronen kunt "verstrengelen". Laten we eens kijken naar wat je met zulke elektronen kunt doen.

We gaan eerst de twee elektronen van elkaar scheiden. Omdat dit een gedachte-experiment is, doen we alsof ik een elektron meeneem naar Mars. Het andere elektron blijft bij jou op aarde. We kunnen nu allebei een meting uitvoeren op het elektron. Het meten gaat met behulp van een meetapparaat dat een 0 of een 1 uitspuugt, allebei met kans 1/2: het is alsof je een munt opgooit! Wat die uitkomst 0 of 1 precies betekent, doet er voor dit artikel verder niet toe: het gaat er simpelweg omdat we een eigenschap van het elektron meten (bijvoorbeeld links- of rechtsom draaien) die we met een 0 of een 1 kunnen weergeven.

Nu we zo ver van elkaar zijn, verwacht je dat de meetuitkomsten (0 of 1) die we elk voor onze elektronen krijgen, niet van elkaar afhangen. Bijvoorbeeld: ik krijg een 0 en jij een 1, of we krijgen allebei een 1, enzovoort. Maar de manier waarop de elektronen waren klaargemaakt in het lab – ze waren immers “verstrengeld” – blijkt er toch voor te zorgen dat we allebei altijd dezelfde uitkomst krijgen! Als ik een 0 meet, zal jij ook een 0 meten en hetzelfde geldt als ik een 1 meet. Dit is vreemd omdat we zo ver van elkaar zijn – intuïtief zou er geen verband moeten zijn.

Vanuit een klassiek oogpunt zijn er twee mogelijke verklaringen voor dit verschijnsel:

1. Toen de elektronen bij elkaar waren in het lab, hadden ze een zogenaamde “verborgen variabele” die ze deelden.
2. Eén elektron “verstuurt” direct na de meetuitslag het resultaat naar het andere elektron, zodat dat elektron hetzelfde meetresultaat toont.

De eerste optie kan als volgt worden uitgelegd. Stel je even voor dat de elektronen intelligent zijn en munten kunnen opgooien. Toen de elektronen in het lab waren, gooiden ze een munt op en bewaarden de uitslag van de muntworp: een 0 of 1. Nadat ze gescheiden werden en later werden gemeten, gaven ze de uitkomst van de muntworp als uitslag voor de meting. Hierdoor zullen ik op Mars en jij op aarde altijd dezelfde uitkomst krijgen! Dit wordt bedoeld met “verborgen variabele”: de uitkomst van een verborgen “muntworp“ die al voor de meting in de elektronen aanwezig is.

Hoe zit het met optie 2? Volgens Einsteins speciale relativiteitstheorie kan informatie niet sneller dan het licht reizen. Nu duurt het een paar minuten voordat informatie van Mars naar de aarde (of andersom) gestuurd kan worden. Dus als ik mijn elektron op Mars meet en dat elektron stiekem zijn meetuitkomst naar het elektron bij jou op aarde stuurt, zal dat even duren. Maar… wij kunnen de meting precies op hetzelfde moment uitvoeren en toch dezelfde uitkomst krijgen, altijd! Als de elektronen echt berichten naar elkaar sturen, dan zouden ze dat dus sneller kunnen doen dan met de snelheid van het licht. Dit is de reden dat Einstein optie 1 verkoos boven optie 2 als een verklaring voor dit verschijnsel.

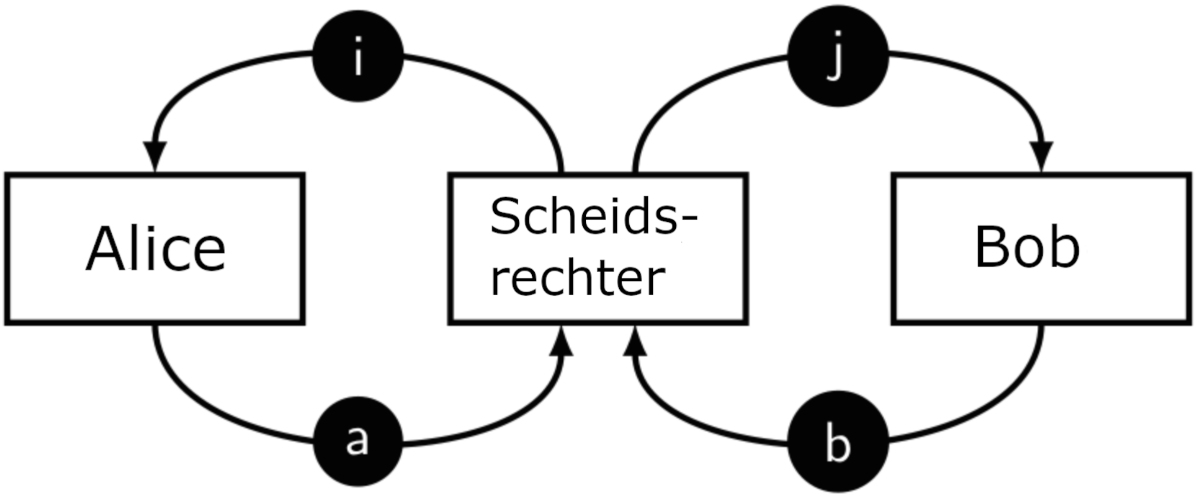
Nu zegt de theorie van de quantummechanica niet wat de verborgen variabele, volgens optie 1, precies is. Tegelijkertijd voorspelt de quantummechanica wél het verschijnsel van verstrengeling van deeltjes. Dit is de reden waarom Einstein quantummechanica niet kon accepteren – omdat het volgens deze redenering niet een complete theorie kan zijn.

In 1964, 9 jaar na het overlijden van Einstein, had John Bell een geniaal inzicht [Bel66]. Hij bedacht een manier om te testen of de elektronen daadwerkelijk een verborgen variabele met zich meenamen. Met dit idee zouden we dus optie 1 kunnen testen en er zo achter komen of de elektronen inderdaad in het geheim munten opgooien! Om Bells ideeën helder te maken, is het handig om het concept van “non-local games” te gebruiken [CHTW04], een wiskundig raamwerk waarin we dit vreemde verschijnsel van quantumverstrengeling beter kunnen begrijpen.

Non-local games

Dus wat is een non-local game? In zo’n spel zijn twee spelers, die we volgens goed gebruik Alice en Bob zullen noemen, en een scheidsrechter. De scheidsrechter kiest twee willekeurige vragen uit een verzameling van vragen en stuurt deze apart naar Alice en Bob. Alice en Bob weten niet welke vraag de ander heeft gekregen – dit is erg belangrijk! De spelers moeten dan een antwoord terugsturen (ook hier: uit een bestaande verzameling van antwoorden) zonder dat ze met elkaar communiceren. De scheidsrechter bepaalt aan de hand van een bepaalde regel of ze hebben gewonnen. Het spel is een “coöperatief” spel waarbij Alice en Bob het opnemen tegen de scheidsrechter. Alice en Bob mogen alles van het spel weten voordat het begint – zoals de verzameling van vragen en antwoorden en de regel die bepaalt of ze winnen of niet. Aan de hand van deze informatie kunnen ze een strategie bedenken. Maar als het spel eenmaal is begonnen, mogen ze niet meer communiceren!

Laten we naar een voorbeeld kijken om dit concreet te maken. Het CHSH-spel [CHSH69] is een bekende non-local game genoemd naar de uitvinders Claude, Horne, Shimony en Holt. De verzameling van “vragen” en “antwoorden” bestaan uit 0 en 1. In het volgende plaatje kunnen we zien hoe zo’n spel eruit zou zien.



Afbeelding 2. Het CHSH-spel. Een schematische weergave van het spel dat Claude, Horne, Shimony en Holt bedachten.

Alice en Bob krijgen vragen die we *i* en *j* noemen, en ze antwoorden respectievelijk met *a* en *b*. Alice en Bob winnen als ze antwoorden met *a* en *b* op zo'n manier dat *a xor b = i*j*. Wat betekent dat? De xor-operatie voor bits (nullen en enen) zie je in de volgende tabel:

a	b	$a \oplus b$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

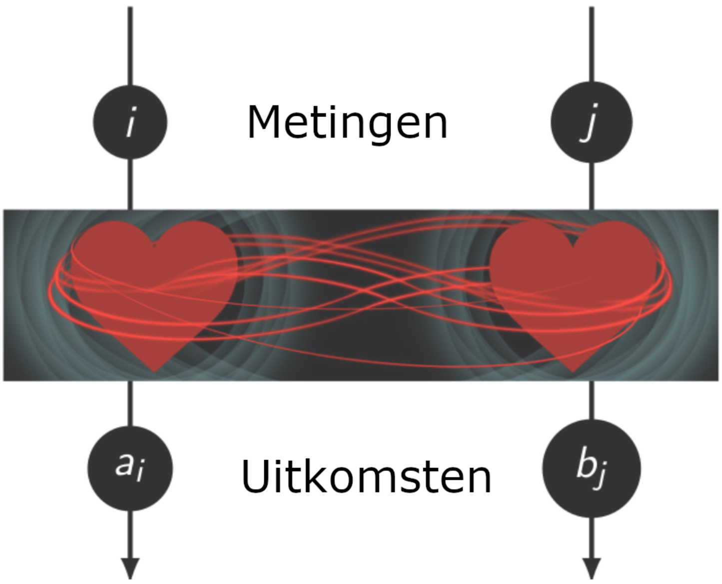
In woorden: *a xor b*, ook wel geschreven als *a* \(\oplus\) *b*, is alleen 0 als *a* gelijk is aan *b*. De winkans van een spel is nu de kans dat de spelers goed antwoorden op de willekeurige "vraag" van de scheidsrechter.

Strategieën

Er zijn twee soorten strategieën die Alice en Bob mogen gebruiken: klassieke en quantumstrategieën. In het eerste geval mogen de spelers voordat het spel is begonnen bespreken wat ze zullen antwoorden wanneer ze een bepaalde vraag krijgen. Ze mogen ook een gedeelde bron van willekeurigheid gebruiken, zoals een munt die ze kunnen opgooien en waar ze allebei het resultaat van zien. Voorbeelden van mogelijke strategieën zijn:

1. Alice en Bob antwoorden altijd 0, ongeacht de vraag die ze krijgen.
2. Alice en Bob gooien gezamenlijk een munt op en geven allebei als antwoord het resultaat van de muntworp (denk aan de elektronen die een verborgen variabele deelden!).

Quantumstrategieën mogen gebruikmaken van quantumverstrengeling, het verschijnsel dat ik hierboven al heb beschreven. Alice en Bob bereiden bijvoorbeeld voordat het spel begint een verstrengeld paar van elektronen en nemen er elk eentje mee. Aan de hand van de vragen van de scheidsrechter voeren ze een bepaalde meting uit op hun elektron, waarvan het resultaat een 0 of een 1 is. Dit resultaat geven ze vervolgens op als hun antwoord. De afbeelding hieronder schetst deze situatie.



Afbeelding 3. Een quantumstrategie. In een quantumstrategie mogen Alice en Bob gebruikmaken van metingen aan een verstrengeld deeltjespaar, en de uitkomsten daarvan gebruiken om de antwoorden op hun vragen te bepalen.

Ik wil nog een keer benadrukken dat de spelers niet mogen communiceren als het spel eenmaal is begonnen, anders zouden ze het spel altijd kunnen winnen!

Oefening: Hoe?
Antwoord: zie hier.

Klassieke strategieën

Wat voor strategieën kunnen Alice en Bob bedenken als niet mogen communiceren? In de volgende tabel kunnen we zien hoe ze hun antwoorden moeten kiezen om te winnen. Hierbij is a_i het antwoord dat Alice geeft op vraag i en b_j is het antwoord dat Bob geeft op vraag j.

i	j	Alice $\oplus$ Bob	$i \cdot j$
0	0	$a_0 \oplus b_0$	0
0	1	$a_0 \oplus b_1$	0
1	0	$a_1 \oplus b_0$	0
1	1	$a_1 \oplus b_1$	1

De derde kolom is nog niet helemaal ingevuld: de waarden van de antwoorden a_i en b_j die Alice en Bob kiezen (elk ook weer 0 of 1) ontbreken we nog. Wel is met het \(\oplus\)-teken al aangegeven wat de scheidsrechter met die antwoorden doet: hij voert de *xor*-operatie uit de vorige tabel uit, en kijkt of het gecombineerde antwoord gelijk is aan het winnende antwoord in de vierde kolom.

Is het nu mogelijk om waarden voor a_0 , a_1, b_0 en b_1 te vinden, zodanig dat de derde kolom gelijk wordt aan de vierde kolom? Als we dit zouden kunnen doen, dan zouden Alice en Bob het spel altijd winnen, ongeacht welke vragen ze krijgen. We gaan nu laten zien dat dit niet kan! Tel eerst alles in de derde kolom bij elkaar op, ook hierbij gebruikmakend van de *xor*, oftewel de \(\oplus\)-optelling: het totale resultaat is gelijk aan 0, want elke variabele (a_0 , a_1, b_0 en b_1) komt twee keer voor en voor de *xor*-operatie geldt dat *a xor a = 0*, ongeacht wat *a* is. Tel nu op dezelfde manier de elementen van de vierde kolom bij elkaar op met de *xor*-optelling: het resultaat is gelijk aan 1. Maar als de derde en vierde kolom gelijk aan elkaar zouden zijn, dan zou dus 0=1, wat absurd is! Het is dus onmogelijk om waarden voor a_0 , a_1, b_0 en b_1 te vinden zodat de derde en vierde kolom aan elkaar gelijk zijn. Het beste wat Alice en Bob zouden kunnen doen is altijd 3 van de 4 vragen correct beantwoorden, wat ze een winkans van 0,75 oplevert.

Oefening: Geef een strategie dat dit voor elkaar krijgt.

Antwoord: zie hier.

Een quantumstrategie werkt beter – Bells idee

Als de spelers echter een quantumstrategie mogen gebruiken, dan kunnen ze het spel winnen met een kans van ongeveer 0,85! In theorie zou quantumverstrengeling dus een voordeel geven ten opzichte van klassieke strategieën.

Bells idee is nu om dit spel te spelen en te testen of quantumstrategieën ook echt deze winkans halen. In een klassieke wereld (waarin quantummechanica niet voorkomt en we hooguit verborgen variabelen hebben) zou de maximale winkans 0,75 zijn. Mochten we dus met een bepaalde strategie een winkans halen van 0,85, dan zouden we kunnen concluderen dat de wereld niet helemaal klassiek is, en quantumverstrengeling een verschijnsel uit de quantummechanica dat niet verklaard kan worden met behulp van klassieke mechanica.

Zo'n spel wordt in de werkelijkheid gespeeld door twee elektronen te verstrengelen in het lab en vervolgens verschillende metingen uit te voeren op de elektronen. Welke meting uitgevoerd wordt, is willekeurig – dit komt overeen met welke vraag de scheidsrechter zou stellen (een 0 of 1) in de non-local games. De meetuitkomst van het elektron is vervolgens het antwoord dat we terugsturen, ook een 0 of 1. Dit proces voeren we heel vaak uit en we kijken (als scheidsrechters) naar het percentage van meetuitkomsten die voldoen aan de vergelijking voor de CHSH-spel, zoals hierboven beschreven.

Quantumverstrengeling is echt

Het was in de jaren 80 dat dit experimenteel werd aangetoond door Alain Aspect, Philippe Grangier en Gerard Roger [AGR81]. Ze lieten zien dat de winkans van het CHSH spel met quantumverstrengeling groter is dan 0,75! Natuurkundigen zeggen ook wel dat ”de Bell-ongelijkheid geschonden is”.

Nu we weten dat quantumverstrengeling echt is en we ook deeltjes kunnen verstrengelen, rijst de vraag of we dit ergens kunnen toepassen. Er wordt momenteel onderzoek gedaan naar het “quantum-internet”, een netwerk van quantumcomputers die quantuminformatie met elkaar kunnen delen. Zie dit artikel voor meer informatie daarover.

Een ander gebied waar quantumverstrengeling en quantummechanica in het algemeen nuttig zijn, is in *quantum computing* [NC02]. Dit is een onderzoeksgebied dat momenteel zeer actief is, waarbij computers gebaseerd op de regels van quantummechanica voordelen kunnen geven ten opzichte van klassieke computers door bepaalde problemen sneller op te lossen. Maar dat is een verhaal op zich… het zou een onderwerp kunnen zijn van een toekomstige blogpost!

Bronnen / voor wie meer wil weten:

- [AGR81] *Alain Aspect, Philippe Grangier, and Gerard Roger. Experimental tests of realistic local theories via bell's theorem.*
- [Bel66] *John S. Bell. On the problem of hidden variables in quantum mechanics.*
- [CHSH69] *John F. Clauser, Michael A. Horne, Abner Shimony, and Richard A. Holt. Proposed experiment to test local hidden-variable theories.*
- [CHTW04] *Richard Cleve, Peter Hoyer, Benjamin Toner, and John Watrous. Consequences and limits of nonlocal strategies.*
- [EPR35] *A. Einstein, B. Podolsky, and N. Rosen. Can quantum-mechanical description of physical reality be considered complete?*
- [NC02] *Michael A Nielsen and Isaac Chuang. Quantum computation and quantum information.*

Antwoord 1: Alice stuurt de vraag *i* die ze krijgt naar Bob. Alice antwoordt zelf altijd met 0, en Bob met *i**j* (j is de "vraag" voor Bob, dus de 0 of 1 die hij van de scheidsrechter krijgt). Dit laatste kan Bob doen omdat hij nu zowel *i* als *j* weet. (Terug naar de vraag.)

Antwoord 2: Een simpele strategie is om altijd 0 te antwoorden, ongeacht de vraag. De derde en vierde kolom komen dan in 3 van de 4 plekken overeen – alleen als de scheidsrechter zowel Alice als Bob een 1 stuurt geven ze een fout antwoord. (Terug naar de vraag.)