

Duale Deeltjes

We zien elementaire deeltjes vaak voor ons als puntvormige objecten die zich door het vacuüm bewegen, maar ook gelocaliseerde golven kunnen zich als deeltjes gedragen, en soms zelfs wiskundig equivalent zijn met ‘echte’ deeltjes. Sanne Vergouwen duikt dieper in de fysica van zulke solitonen.



Afbeelding 1. Het Union-kanaal in Edinburgh, Schotland. Het Union-kanaal, waar John Scott Russell de “golf van verplaatsing” heeft waargenomen. Foto links: [Anne Burgess](#). Foto rechts: [Jim Barton](#).

In 1834 nam de Schot John Scott Russell iets gekks waar terwijl hij langs het Union-kanaal in Edinburgh liep. In dat kanaal zag hij één enkele golf, die zich over een grote afstand onveranderd voortbewoog. Hij noemde het een “golf van verplaatsing” en was er zo door betoverd dat hij het verhaal enthousiast met zijn wetenschappelijke collega’s deelde. In eerste instantie geloofden zij echter niet dat Russel daadwerkelijk iets interessants had gevonden. Men dacht namelijk dat golven in water na verloop van tijd uiteen moeten vallen. Volgens de wetenschappers van die tijd zou een golf die zo lang in stand bleef als Russel beweerde dus helemaal niet kunnen bestaan.

Toch werden er na de observatie van Russell nog meer van dit soort golven waargenomen. Het bleek om een speciaal soort golf te gaan, die alleen in bepaalde omstandigheden kan ontstaan. Ondanks deze specifieke bestaansvoorwaarden worden de golven nu gevonden in

allerlei onderzoeksgebieden. Zo is zijn er “golven van verplaatsing” gevonden in de optica, de biologie en het magnetisme. Ook in de [quantumveldentheorie](#), de theorie die gebruikt wordt om quantumdeeltjes te beschrijven, bestaan dit soort golven. Hier blijken ze interessante natuurkunde bloot te leggen: de golven kunnen namelijk ook begrepen worden als deeltjes, en de wiskunde van het model waarmee de deeltjes beschreven worden blijkt exact overeen te komen met de wiskunde van een ander deeltjesmodel. De “golf van verplaatsing”-deeltjes zijn dus “duaal” aan andere deeltjes! Wat dit precies inhoudt, en waarom dit zo interessant is, zal ik in dit artikel vertellen.

Een soliton als deeltje

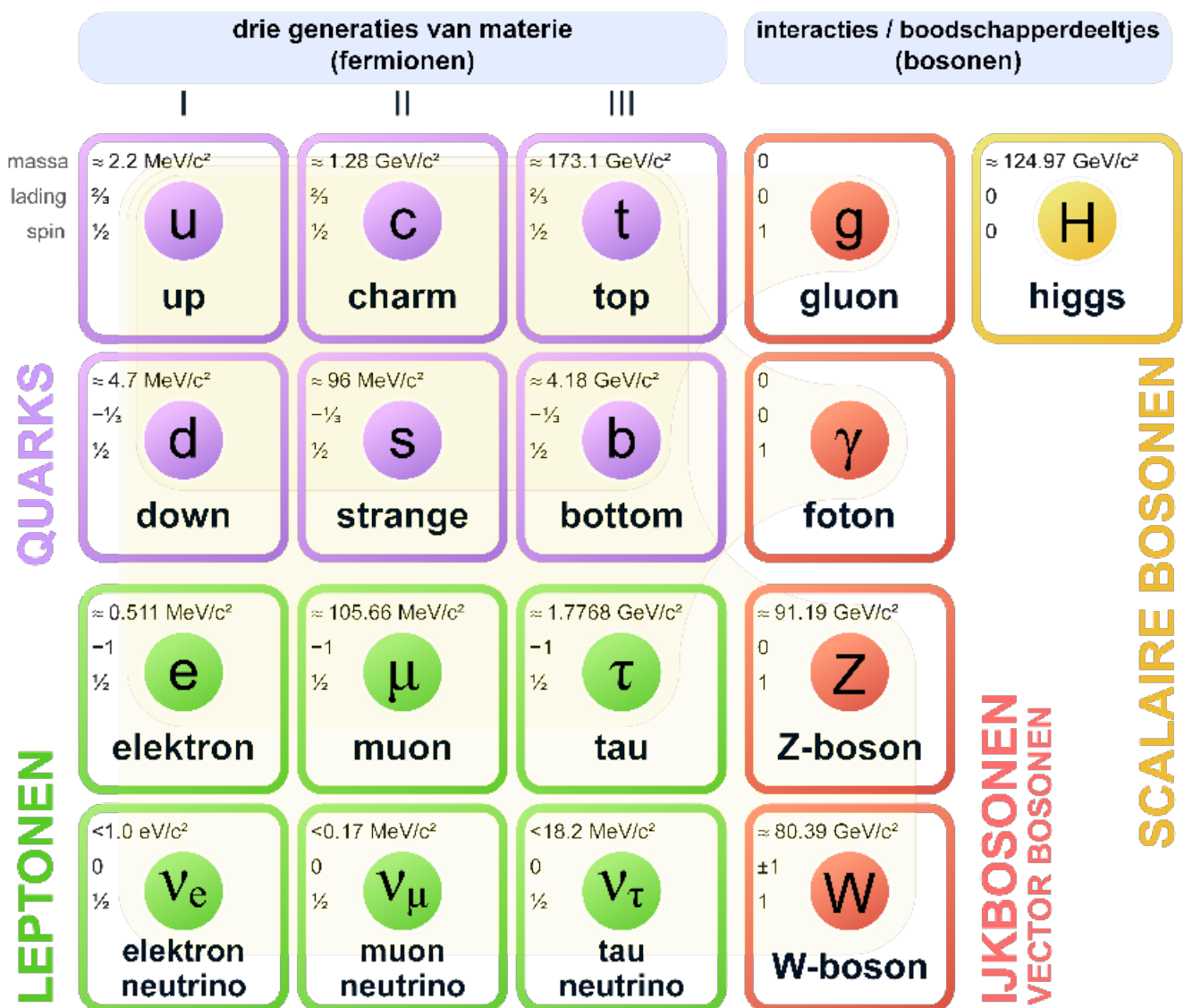
In de jaren 60 van de vorige eeuw heeft de golf van Russell de naam gekregen waaronder we die nu kennen: een *soliton*. Die naam is gebaseerd op het feit dat de golf een alleenstaande golf is, in het Engels een “solitary wave pulse”, maar dat we de golf ook kunnen begrijpen als een deeltje – vandaar het “-on”. In de quantumveldentheorie komen solitonen voor als klassieke deeltjes. Een *klassiek* deeltje in een *quantum*theorie lijkt misschien gek, maar het kan wel. Een quantumveldentheorie kun je namelijk zo opschrijven dat de theorie is opgesplitst in verschillende delen: een deel dat de klassieke natuurkunde beschrijft, en een deel dat de quantummechanische correcties hierop beschrijft. Wanneer een oplossing van de vergelijkingen van het klassieke deel aan bepaalde voorwaarden voldoet, hebben we een soliton gevonden.

Om te begrijpen welke voorwaarden dit precies zijn, moeten we wat dieper ingaan op de wiskunde van de vergelijkingen waar het om gaat: de zogeheten *bewegingsvergelijkingen*. Ten eerste zijn deze vergelijkingen niet-lineair. Dit betekent dat je de oplossingen ervan niet bij elkaar kunt optellen of kunt vermenigvuldigen met een constante om zo een nieuwe oplossing te vinden, in tegenstelling tot de oplossingen van vergelijkingen die wel lineair zijn. Ten tweede beschrijven de bewegingsvergelijkingen het effect van *dispersie*. Zoals men in Russells tijd al wist geldt voor de meeste golven dat ze na verloop van tijd langzaam verdwijnen: de golf waaiert uiteen en wordt steeds kleiner totdat hij niet meer waarneembaar is. In het geval van een soliton is het echter zo dat de golf niet uitwaaiert, maar in stand blijft. Wat er gebeurt is dat de niet-lineariteit het effect van de dispersie compenseert. Dispersie zorgt er namelijk voor dat de golf afvlakt, terwijl het niet-lineair karakter van de golf ervoor zorgt dat hij meer piekt. Zo kan de golf een lange tijd onveranderd in stand blijven. Als we

een soliton als deeltje beschouwen, dan betekent dit dat het soliton niet gemakkelijk vervalt in andere deeltjes.

Als we ook het quantumgedeelte van quantumveldentheorie erbij pakken, zijn er nog vele andere deeltjes te beschrijven. Op dit moment gaan we ervan uit dat alle quantumdeeltjes beschreven worden door het [standaardmodel](#). Dit zijn allerkleinste deeltjes die we kennen, en daarom noemen we ze *elementaire deeltjes*.

Standaardmodel van de Elementaire Deeltjes



Afbeelding 2. Het standaardmodel. Het standaardmodel beschrijft de elementaire deeltjes van onze wereld. Afbeelding: MissMJ, Cush.

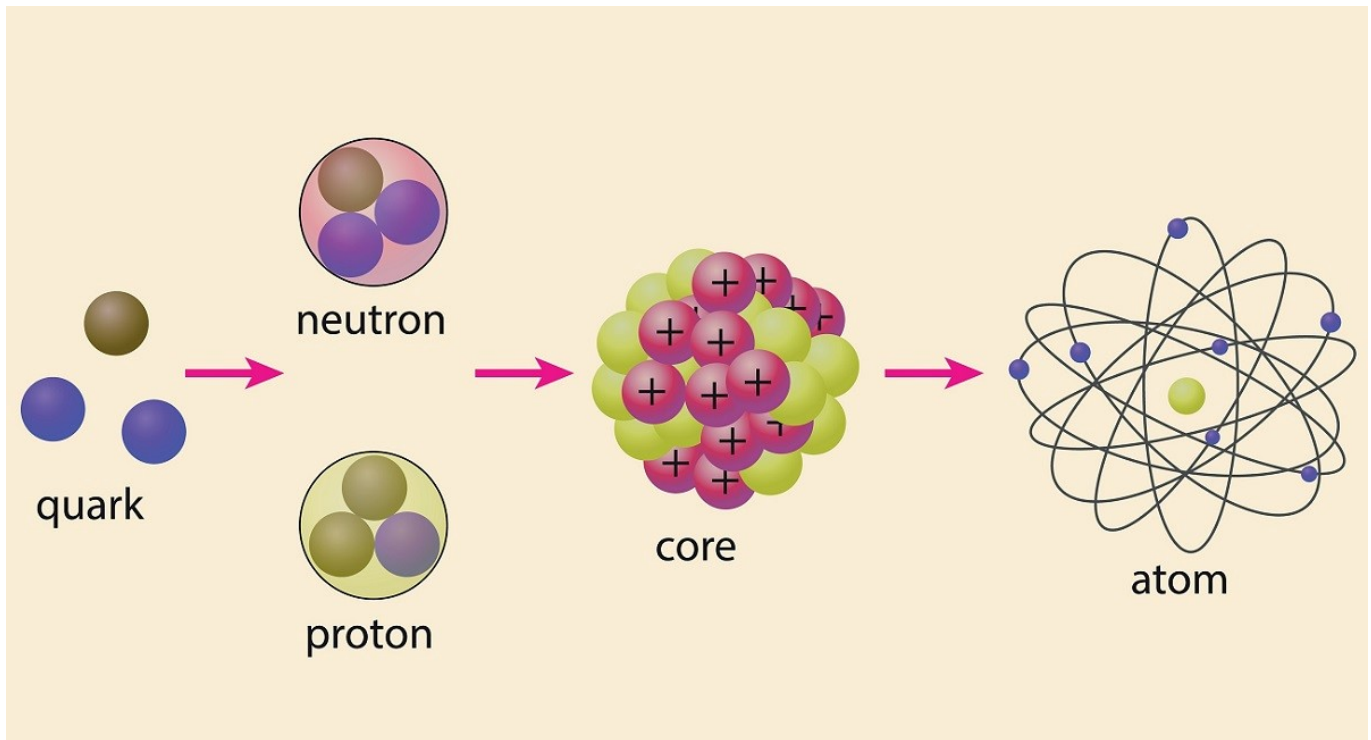
Topologische deeltjes

Een interessante eigenschap van veel solitonen in de quantumveldentheorie is hun topologische karakter. Zoals goed wordt uitgelegd in [dit artikel van Jeremy van der Heijden](#) is topologie de studie van vormen. Elementaire deeltjes zijn puntvormige deeltjes, en dus hebben ze geen topologische structuur. Dit is gemakkelijk na te gaan. Probeer je maar eens in te beelden hoe je een punt een andere vorm kunt geven. Dat kan niet!

De topologische structuur van een soliton verschilt van de structuur van elementaire deeltjes. Voor een soliton is zijn topologische structuur van levensbelang: die zorgt ervoor dat het deeltje in stand blijft, zonder dat het vervalt in andere deeltjes. Dit kunnen we zien door naar het zogeheten *windingsgetal* van de topologische structuur te kijken. In deze context wordt dat getal ook wel de *topologische lading* genoemd. Deze lading is een geheel getal en geeft simpelweg aan hoeveel solitonen er zijn. Omdat de lading een behouden getal is, kan het aantal solitonen niet veranderen. Ook hier zien we weer: een soliton kan dus niet gemakkelijk vervallen in andere deeltjes.

Skymion

In de tweede helft van de vorige eeuw werd ontdekt dat topologische solitonen gebruikt kunnen worden om meer te leren over quantumdeeltjes. Tussen 1958 en 1962 publiceerde de natuurkundige Tony Skyrme een reeks artikelen waarin hij een model voorstelde dat moest verduidelijken hoe de binnenkant van protonen en neutronen (de *nucleonen*) eruitziet. Protonen en neutronen vormen samen de kern van een atoom, en zijn zelf opgebouwd uit nog kleinere elementaire deeltjes genaamd quarks. Skyrmes model bleek topologische solitonen te bevatten die veel van dezelfde eigenschappen vertonen als protonen en neutronen. Omdat een soliton niet vervalt in andere deeltjes, kunnen we door een nucleon als soliton te beschouwen verklaren waarom de quarks in de nucleonen niet zomaar uit elkaar vallen. Deze solitonen worden nu *Skymionen* genoemd.



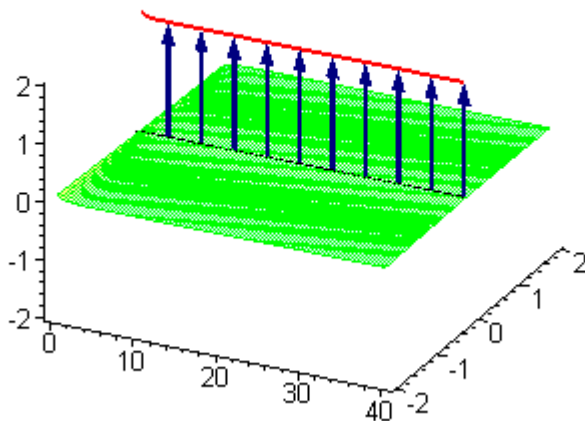
Afbeelding 3. Nucleonen. Een atoom bestaat uit een wolk van elektronen en een kern. Deze kern is opgebouwd uit nucleonen: protonen of neutronen. Deze nucleonen zijn weer opgebouwd uit elementaire deeltjes genaamd quarks. Afbeelding: [Emir Kaan](#).

Duale deeltjes

Omdat zijn eerste model nogal ingewikkeld was om mee te rekenen, bedacht Skyrme een simpelere variant. Hij paste zijn model zo aan dat de natuurkunde maar in twee dimensies is beschreven, één tijddimensie en één ruimtedimensie. Het soliton van dit model is weergegeven in afbeelding 4. Onze echte wereld bestaat natuurlijk uit vier dimensies: één tijddimensie en drie ruimtedimensies (vaak weergegeven als x, y en z in een diagram). Skyrmes tweedimensionale model is dus niet direct een afspiegeling van de werkelijkheid. De wiskunde is daarentegen vaak een stuk makkelijker wanneer we ons voorstellen dat de wereld minder dan vier dimensies heeft. Daarom is dit een trucje dat natuurkundigen vaak gebruiken, in de hoop dat ze zo ook goede inzichten kunnen krijgen over wat er in onze vierdimensionale wereld gebeurt.

Het model van Skyrme geeft ons niet alleen interessante inzichten over quarks en nucleonen. In zijn tweedimensionale vorm beschrijft het ook een fenomeen dat de laatste jaren een populair onderwerp is geworden onder natuurkundigen: een dualiteit. Als je een vaste lezer bent van deze website, dan ben je dit begrip al eerder tegengekomen. Zo spelen dualiteiten

een belangrijke rol in [snaartheorie](#) en in de natuurkunde van [zwarte gaten](#). We spreken van een dualiteit wanneer we twee verschillende natuurkundige systemen kunnen beschrijven met dezelfde wiskunde.



Afbeelding 4. Een soliton. Een simulatie van een sine-Gordonsoliton. Afbeelding: [Danko Georgiev](#).

Het tweedimensionale model van Skyrme, ook wel het sine-Gordonmodel genoemd, blijkt dual te zijn aan weer een ander model uit de natuurkunde, namelijk het Thirringmodel. Dat betekent dat de *solitonen* uit het sine-Gordonmodel dual zijn aan de *deeltjes* van het Thirringmodel. Het opmerkelijke daarbij is dat de Thirring-deeltjes *elementair* zijn: het zijn dus puntdeeltjes zonder topologische structuur. En net als de vierdimensionale Skyrmionen zijn de deeltjes in het tweedimensionale sine-Gordonmodel solitonen, en hebben ze dus juist wel een topologische structuur! Door de dualiteit tussen de twee modellen is het deeltje dus een elementair deeltje als we Thirring's theorie gebruiken om het te beschrijven, en een soliton wanneer we de sine-Gordontheorie gebruiken. Welk soort deeltje we vinden hangt dus af van welk model we gebruiken om het mee te beschrijven.

Skyrme's tweedimensionale model blijkt niet het enige model te zijn met duale deeltjes. Zo zijn er in de elektromagnetische quantumveldentheorie ook duale deeltjes te vinden: elektronen en monopolen, waarvan de eerste elementaire deeltjes zijn, en de laatste juist solitonen. Hoewel monopolen nog nooit zijn gezien in de natuur, zou hun bestaan erg veel verklaren; je kunt aan de hand van monopolen bijvoorbeeld begrijpen waarom elektrische lading in de natuur alleen in vaste hoeveelheden voorkomt. Maar dat is een onderwerp voor

een heel ander artikel – het is in ieder geval duidelijk dat solitonen lang niet zo gek zijn als men in Russells tijd dacht.