

De veldvergelijkingen van Einstein

Albert Einstein werd in de 20^{ste} eeuw wereldberoemd door zijn algemene [relativiteitstheorie](#). Deze theorie, die ons vertelt hoe ruimte en tijd 'gebogen' worden door zware massa's en zo leiden tot zwaartekracht, wordt in een enkele regel omschreven door Einsteins veldvergelijkingen. Hoewel deze vergelijkingen een tikkeltje ingewikkelder zijn dan Einsteins beroemdere $(E = mc^2)$, deed de natuurkundige Sean Carroll tijdens zijn lezing bij The Royal Institution toch een poging ze toe te lichten en te laten zien welke fundamentele rol ze spelen in Einsteins relativiteitstheorie.



Ongeacht of je natuurkunde op school hebt gehad of niet – iedereen kent Einsteins wereldberoemde vergelijking $(E = mc^2)$. Deze vergelijking vertelt ons dat we energie E kunnen omzetten in massa m en vice versa. De vergelijking is natuurlijk zo bekend omdat ze van zulk wezenlijk belang is, maar ook omdat ze zo eenvoudig is. Aan de rechterzijde moeten we de lichtsnelheid c kwadrateren en vermenigvuldigen met de massa m om de energie E die

aan de linkerzijde staat te berekenen; een berekening die met enige middelbare-schoolnatuurkunde te volgen is.

Als je echter een natuurkundige zult vragen wat de allerbelangrijkste vergelijking uit Einsteins oeuvre is, dan zal hij of zij waarschijnlijk met de volgende vergelijking op de proppen komen:

$$\left(R_{\mu \nu} - \frac{1}{2} R g_{\mu \nu} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu \nu} \right).$$

Dit zijn *Einsteins veldvergelijkingen*; meervoud omdat deze regel stiekem meerdere vergelijkingen in één bevat – zestien stuks om precies te zijn! (Sommige van die vergelijkingen bevatten wel precies dezelfde informatie, maar zelfs als je zulke overvloedige vergelijkingen wegstreept blijven er altijd nog tien over.) De bovenstaande uitdrukking is namelijk een zogenaamde [tensor](#)-vergelijking: tensoren zijn geen gewone variabelen of constanten zoals die in $(E = mc^2)$, maar abstracte wiskundige objecten, vergelijkbaar met [matrices](#), waarmee je ook kunt rekenen en die meerdere objecten in één uitdrukking kunnen beschrijven. Het is dus geen verrassing dat deze uitdrukking minder bekend is bij het grote publiek: *tensorcalculus* behoort niet tot het standaard natuurkunde-curriculum van de middelbare school.

Toch kan de inhoud van de vergelijking wel degelijk conceptueel begrepen worden, zonder precies te weten hoe je rekt met tensoren. Het enige dat we hiervoor moeten weten is dat Einsteins relativiteitstheorie ons vertelt dat de aanwezigheid van een zware massa de vierdimensionale ruimtetijd erom heen doet buigen. Als gevolg daarvan zal de baan waarin een voorwerp zich voortbeweegt worden afgebogen, wat wij vervolgens interpreteren als een kracht tussen de zware massa en het lichaam. Einsteins vergelijking vertelt ons precies hoe dit werkt.

Aan de rechterzijde van de vergelijking hierboven zien we allereerst een breuk, $(\frac{8\pi G}{c^2})$, die niets anders dan een getal produceert: het getal 8 vermenigvuldigd met (π) , vermenigvuldigd met de [gravitatieconstante](#) G , en dat dan gedeeld door de lichtsnelheid c tot de vierde macht. Dit getal wordt vervolgens vermenigvuldigd met de [energie-impuls-tensor](#) $(T_{\mu \nu})$: die tensor vertelt ons min of meer hoeveel materie zich op een bepaald punt in de ruimte bevindt en welke druk en dichtheid die materie heeft.

Als gevolg van de aanwezige materie, beschreven door $T_{\mu\nu}$, zal de linkerzijde van de vergelijking ons vertellen hoe de ruimte kromt. Dat doet de vergelijking door middel van drie ingrediënten: de *Ricci-tensor* $R_{\mu\nu}$, de *Ricci scalar* R en de metriek $g_{\mu\nu}$, ook alweer een tensor. Zonder in te gaan op de vraag hoe deze drie objecten zich tot elkaar verhouden, kunnen we wel zeggen dat ze simpelweg aangeven *hoe* en *hoe sterk* precies de ruimte rondom datzelfde punt is gekromd. Als we dus een klomp materie in een lege ruimte plaatsen, kunnen we met deze vergelijking uitrekenen hoe de ruimte eromheen is gekromd. Vervolgens kunnen we door middel van allerlei andere formules – zogenaamde [geodeten](#) vergelijkingen die we hier ook achterwege laten – berekenen hoe bijvoorbeeld een satelliet in een baan rondom deze klomp materie kan bewegen.

Mocht deze uitleg je niet afschrikken maar je juist nieuwsgieriger gemaakt hebben, dan hebben we goed nieuws. Natuurkundige Sean Carroll gaf afgelopen zomer namelijk een populairwetenschappelijk college bij The Royal Institution in Londen over Einsteins veldvergelijkingen. De video kwam enkele weken geleden online en is absoluut een aanrader voor wie wil weten wat deze vergelijkingen, die ten grondslag liggen aan de algemene relativiteitstheorie, precies inhouden en hoe ze tot stand komen. Zoals Carroll zelf in het college zegt, zul je na het begrijpen van een vergelijking de achterliggende natuurkunde pas echt goed waarderen. Het is een uitdagende video, maar zeker de moeite waard!