De mooiste formule van de wiskunde

Het is vaak niet zo makkelijk om ergens de `mooiste' in te zijn. Toch is er een wiskundige formule die door velen wordt gezien als de mooiste van het hele vakgebied. Wat is er precies zo mooi aan deze formule? En is er een makkelijke manier om aan te tonen dat hij klopt?

Afbeelding 1. De identiteit van Euler. Foto: J. J. Merelo.

Voor de meeste mensen is `mooi' niet het eerste woord dat ze te binnen schiet bij wiskundige formules. Vaak zien zulke formules er mede door het gebruik van onbekende symbolen lang en ingewikkeld uit, zonder dat het direct duidelijk is waar ze over gaan. Toch zijn er ook formules die bekend staan om hun schoonheid, vaak omdat ze juist heel beknopt zijn en op een verrassende manier verschillende aspecten van de wiskunde verenigen. Eén daarvan is zelfs zo bijzonder dat hij door veel wiskundigen – maar ook natuurkundigen, bijvoorbeeld door de Amerikaanse Nobelprijswinnaar Richard Feynman – wordt bestempeld als de meest opmerkelijke, en mooiste formule van de wiskunde.

De formule – die dateert uit de 18e eeuw! – is de volgende vergelijking:

$$e^{i \pi} + 1 = 0,$$

en wordt ook wel de *identiteit van Euler*[1] genoemd, naar de Zwitserse wiskundige Leonhard Euler. Wat is er zo bijzonder aan deze vergelijking? Naast het gebruik van drie wiskundige operaties – optellen, vermenigvuldigen en machtsverheffen, verbindt de formule vijf van de meest fundamentele constanten in de wiskunde met elkaar:

- De getallen 0 en 1 zijn hier natuurlijk het bekendst: ze vormen de bouwstenen van de rekenkunde.
- Het getal π is innig verbonden met de meetkunde van cirkels. Om precies te zijn is het de verhouding tussen de omtrek en diameter van een cirkel.
- Het getal e, ook wel *Eulers getal* genoemd, komt op tal van plekken in de wiskunde voor. Zo is het bijvoorbeeld de basis voor de natuurlijke logaritme.
- Het *imaginaire* getal i is waarschijnlijk het minst bekend: het gaat hier om een getal dat de bijzondere eigenschap heeft (zie bijvoorbeeld dit artikel) dat $i^2 = -1$.

Een interessant feitje is dat Eulers identiteit gebruikt kan worden om te bewijzen dat *π transcendent* is: je kunt π niet schrijven als oplossing van een polynoom-vergelijking met geheeltallige coëfficiënten. Daarmee hebben wiskundigen ook direct een eeuwenoud gerelateerd vermoeden opgelost, dat al door denkers in de klassieke oudheid werd bestudeerd, namelijk dat het niet mogelijk is om met een passer en een liniaal een vierkant te construeren dat dezelfde oppervlakte heeft als een gegeven cirkel.

Ten slotte komt de bovenstaande formule veelvuldig voor in de natuurkunde. Zo is het gebruik van imaginaire getallen – en daarmee ook de identiteit van Euler – niet weg te denken uit de quantumfysica, zoals in een eerder artikel te lezen valt.

Ben je benieuwd geworden naar Eulers identiteit? Klik dan op het onderstaande filmpje voor een uitgebreide uitleg van de formule – en om uit te vinden hoe je hem kunt bewijzen.

---

[1] *De identiteit is een speciaal geval van Eulers meer algemene formule:* $e^{ix} = \cos(x)$

+ i \sin(x) \).